Univerzitet u Beogradu

Matematički fakultet

Miloš Šošić

Heuristički pristup rešavanju problema minimalnog kašnjenja koristeći metode promenljivih okolina

master rad

Beograd

2014.

|  |  |
| --- | --- |
| Mentor: | **doc. dr Zorica Stanimirović**  Matematički fakultet u Beogradu |
| Članovi komisije: |  |
| Datum odbrane: |  |

Heuristički pristup rešavanju problema minimalnog kašnjenja koristeći metode promenljivih okolina

**Apstrakt:**

Problem minimalnog kašnjenja predstavlja varijaciju problema trgovačkog putnika, gde je cilj minimizovati sumu vremena potrebnog da se poseti svaki od čvorova, tj. sumu kašnjenja. Ovaj problem ima široku praktičnu primenu, koja uključuje distribuciju raznih dobara, pravljenje rasporeda glave diska itd. U ovom radu izložene su neke verijacije metode promenljivih okolina za rešavanje problema minimalnog kašnjenja. Eksperimentalni rezultati pokazuju da ...

**Sadržaj**

[1 Uvod 1](#_Toc397167434)

[2 Problem minimalnog kašnjenja 1](#_Toc397167435)

[2.1 matematička formulacija 1](#_Toc397167436)

[2.2 prethodna rešavanja 1](#_Toc397167437)

[3 Metode promenljivih okolina 1](#_Toc397167438)

[4 Rezultati 2](#_Toc397167439)

[4.1 poređenje sa tsp-om, tabela iz jednog rada 2](#_Toc397167440)

[5 Zaključak 2](#_Toc397167441)

[Literatura 2](#_Toc397167442)

[6 References 2](#_Toc397167443)

# Uvod

diskretna optimizacija

tsp problem

heuristike

# Problem minimalnog kašnjenja

Neka je kompletan graf, gde je skup čvorova, tj. lokacija do kojih kurir treba da se dođe, a skup grana grafa , tj. potrebna vremena za put između čvorova. Čvor predstavlja skladište sa kojeg obilazak počinje dok drugi čvorovi predstavljaju mušterije koje treba uslužiti. Neka je kašnjenje do -te mušterije koje se izračunava kao potrebno vreme da se stigne od skladišta do mušterije . Cilj problema minimalnog kašnjenja (PMK) je pronaći Hamiltonov ciklus koji minimizuje sumu . U ovom radu, svaki obilazak grafa počinje sa čvorom i završava se kada obiđe ostalih čvorova. PMK je u literaturi poznat i po drugim imenima, problem putujućeg majstora[[1]](#footnote-1) [1], problem kurira[[2]](#footnote-2) [2], kumulativni problem putujućeg trgovca[[3]](#footnote-3) [3], problem vozača školskog autobusa[[4]](#footnote-4) [4].

PMK ima primenu u distribuciji i planiranju poslova. Kod problema putujućeg majstora, poznate su lokacije klijenata i majstora, kao i vremena puta između klijenata i potrebna vremena za servisiranje svakog klijenta. Potrebno je pronaći put kojim majstor obilazi klijente tako da je njihovo ukupno vreme čekanja minimalno. Sličan je problem kurira, gde kurir treba da pronađe put koji minimizuje ukupno vreme čekanja na dostavu pošiljke. Ovi problemi su klijentski orjentisani problemi rutiranja jer funkcija cilja daje prednost minimizaciji vremena čekanja klijenata u odnosu na dužinu puta vozila.

Kod planiranja poslova mašine[[5]](#footnote-5) javlja se ovaj problem u sledećem obliku. Postoji skup poslova koje mašina treba da obavi kao i vreme koje je potrebno da se mašina ponovo podesi da radi posao nakon završenog posla . Ovo vreme predstavlja vreme puta od čvora do čvora . Treba pronaći permutaciju zadatih poslova tako da se minimizuje potrebno vreme za završetak svih poslova. [5]

## Matematička formulacija

Neka je kompletan graf kao u prethodnom delu i neka je dat Hamiltonov ciklus tj. permutacija čvorova . Neka je nenegativna matrica troškova gde odgovara trošku grane od čvora do čvora . Kašnjenje , koje odgovara čvoru na -toj poziciji u datom putu, može se izračunati kao , gde i . Funkcija cilja je predstavljena sumom , a kako važi

tako je

Kod problema kurira i putujućeg majstora, vrednost čine vreme puta i vreme servisiranja , tj.:

U ovom radu, rešava se problem gde je matrica simetrična.

U svakoj permutaciji čvorova, Hamiltonov ciklus počinje od čvora i obilazi ostale čvorove po redu u kojem je data permutacija. Ako grana spaja -to sa -im članom permutacije, tada je doprinos te grane funkciji cilja .

Uvodimo sledeće promenljive odlučivanja:

Promenljive se koriste pri izračunavanju kašnjenja od čvora do čvora , a promenljive gde je -ta pozicija -ta pozicija.

Sledi celobrojna linearna formulacija problema minimalnog kašnjenja na osnovu [5]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

pri ograničenjima:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |
|  | (3) |
|  | (4) |
|  | (5) |
|  | (6) |
|  | (7) |

Ograničenje (2) predstavlja uslov da se svaki čvor nalazi na tačno jednoj poziciji u permutaciji, (3) je uslov da se na svakoj poziciji nalazi tačno jedan čvor, (4) ograničava da sa svake pozicije vodi samo jedna grana ka sledećoj a (5) da na svaku poziciju samo jedna grana vodi sa prethodne. Ograničenja (6) i (7) su binarna ograničenja promenljivih odlučivanja.

## Prethodna rešavanja

# Metode promenljivih okolina (VNS)

Metode kombinatorne optimizacije koje koriste lokalnu pretragu dolaze do boljih rešenja iterativno primenjujući lokalne promene nad trenutno najboljim rešenjem sve dok se ne dostigne lokalni optimum. Ove lokalne promene pripadaju okolini trenutnog rešenja .

opšte, šta su, poreklo, primena, varijacije algoritma

greedy algoritam

okoline detaljno

dinamičko računanje funkcije cilja, strukture

# Rezultati

## poređenje sa tsp-om, tabela iz jednog rada

# Zaključak

# Literatura

1. **Tsitsiklis, J. N.** Special cases of traveling salesman and reparman problems with time windows. *Networks.* 22, 1992, T. 3, 263-282, str. 263-282.

2. **Fischetti M., Laporte G., Martello S.** The delivery man problem and cumulative matroids. *Operations Research.* 41, 1993, T. 6, 1055-1064.

3. **Bianco L.-P., Mingozzi A., Ricciardelli S.** The traveling salesman problem with cumulative costs. *Networks.* 23, 1993, T. 2, 81-91.

4. **Chaudhuri K., Godfrez B., Rao S.,Talwar K.** Paths, trees, and minimum latency tours. *Proceedings of the 44th Annual IEEE Symposium of Foundations of Computer Science, FOCS 2003.* 2003, 36-45.

5. **Francisco Angel-Bello Acosta, Ada Alvarez Socarras, Irma Garcia.** *Formulation for the minimum latency problem: an experimental evaluation.* 2011.

1. *en. Traveling Repairman Problem* [↑](#footnote-ref-1)
2. *en. Delivery Man Problem* [↑](#footnote-ref-2)
3. *en. Cumulative Traveling Salesman Problem* [↑](#footnote-ref-3)
4. *en. School Bus Driver Problem* [↑](#footnote-ref-4)
5. *en. Machine scheduling context* [↑](#footnote-ref-5)